**Quiz 1**

**Επιστημονικός Υπολογισμός Άνοιξη 2010**

**Όνομα: ΙΩΑΝΝΙΔΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ**

**ΑΕΜ: 755**

**Απαντήσεις:**

**1.**

Το τελευταίο βήμα της απαλοιφής των αγνώστων εφαρμόζεται

στο σύστημα: 

Διαιρούμε τη 2η γραμμή με -4,8 και την πολλαπλασιάζουμε με

-16,8. Δηλαδή την πολλαπλασιάζουμε με .

Έπειτα την αφαιρούμε από την 3η γραμμή και το σύστημά μας παίρνει την ακόλουθη μορφή: 

Το τελευταίο βήμα της αναδρομικής αντικατάστασης που

οδηγεί στη λύση είναι το ακόλουθο: 



.

**2.**

Ο αλγόριθμος LU παραγοντοποίησης ενός πίνακα Α (για ένα σύστημα Ax=b) καταλήγει σε ένα σύστημα της μορφής LUx=b ενώ ο αλγόριθμος της απαλοιφής Gauss καταλήγει σε ένα σύστημα της μορφής Ux=c. Αυτό σημαίνει πως όταν έχουμε πολλά συστήματα με διαφορετικά δεξιά μέρη, η LU παραγοντοποίηση θα υπολογίσει μια φορά το LU ενώ ο αλγόριθμος απαλοιφής Gauss θα πρέπει να τρέχει ξανά για κάθε διαφορετικό δεξί μέρος c. Σωστή απάντηση: (Β).

**3.**

Οι πίνακες (B) και (C) απορρίπτονται διότι δεν είναι κάτω τριγωνικοί με μονάδες στην κύρια διαγώνιο. Εφαρμόζοντας τα βήματα της απαλοιφής Gauss στον πίνακα Α βλέπουμε ότι η LU παραγοντοποίηση είναι:

Άρα η σωστή απάντηση είναι η (Α).

**4.**

Μιας και στον πίνακα Α μπορεί να εκτελεστεί μονάχα ένα βήμα της απαλοιφής Gauss (αφού υπάρχει μόνο ένας μη-μηδενικός οδηγός) ο άνω τριγωνικός πίνακας U θα πρέπει να έχει την 1η και 2η γραμμή ίδια με του Α. Άρα ο ζητούμενος U είναι ο (C).

**6.**

Οι ισχυρισμοί που ισχύουν είναι οι ακόλουθοι:

2. [A]−1 υπάρχει.

3. [A][X ] = [C] έχει μοναδική λύση.

5. [A][A]−1 = [I ] = [A]−1 [A]

**7.**

Ο σωστός αλγόριθμος είναι ο (Β). Αυτό γίνεται αντιληπτό αν προσπαθήσουμε να τρέξουμε ένα παράδειγμα με κάθε έναν από τους 4 αλγορίθμους. Οι υπόλοιποι σε αντίθεση με τον (Β) οδηγούν σε λάθος αποτέλεσμα αφού ο (Α) επισκέπτεται θέσεις του πίνακα L που δεν θα έπρεπε, ο (C) δεν μηδενίζει το sum μετά από κάθε επανάληψη και ο (D) δεν αρχικοποιεί το z1.

**8.**

Ο σκοπός της εμπρός απαλοιφής των βημάτων της απαλοιφής του Gauss είναι η ελάττωση του πίνακα συντελεστών σε ένα **άνω τριγωνικό** πίνακα.

**9.**

Η διαίρεση με μηδέν κατά την διάρκεια της εμπρός αντικατάστασης στην απαλοιφή Gauss στην λύση [A][X]=[C] συνεπάγεται ότι ο [A] είναι **μη αντιστρέψιμος.**

**10.**

Εφαρμόζουμε την κλασική μέθοδο της απαλοιφής του Gauss στο σύστημα 

Και καταλήγουμε στο 

Κάνοντας αναδρομική αντικατάσταση βρίσκουμε ότι  και .

**11.**

Εισάγοντας τα δεδομένα στο υπολογιστικό εργαλείο Matlab (το οποίο χρησιμοποιεί ακρίβεια 4 σημαντικών ψηφίων και μερική οδήγηση) και χρησιμοποιώντας την εντολή linsolve παίρνουμε σαν αποτέλεσμα τα:  και .

Άρα η ζητούμενη απάντηση είναι η (D).

**12.**

Ο πίνακας συντελεστών είναι άνω τριγωνικός άρα η ορίζουσά του θα ισούται με το γινόμενο των στοιχείων της κύριας διαγωνίου:

det(A) = 4.2857 \* 3.7688 \* (-26.914) \* 5.625 \* 1017 = -2.445e20.

Άρα η σωστή απάντηση είναι η (D).

**13.**

Για την απαλοιφή των αγνώστων έχουμε:

 

Για την αναδρομική αντικατάσταση έχουμε:





και 

**14.**

Εφαρμόζουμε την κλασική μέθοδο Gauss:

 



Με αναδρομική αντικατάσταση προκύπτει:







Άρα η λύση είναι:  που είναι ίδια με την λύση της εκφώνησης: .

**15.**

Η μέθοδος που παρουσιάζεται διαφέρει από την κλασική μέθοδο της απαλοιφής Gauss διότι εφαρμόζει την τεχνική της μερικής οδήγησης. Δηλαδή μετά το πέρας του 2ου βήματος της εμπρός-αντικατάστασης, γίνεται εναλλαγή των γραμμών 2 και 3 ώστε να γίνει οδηγό στοιχείο το μεγαλύτερο (κατ’ απόλυτη τιμή) από τα δυνατά.

**17.**

Το σύστημα της άσκησης 15 έχει ήδη επιλυθεί με την μέθοδο της απαλοιφής με οδήγηση. Συνεπώς η διαδικασία που ζητείται να εφαρμοστεί είναι ίδια με αυτή που παρουσιάζεται στη λύση της ασκήσεως 15.

**18.**

Θα εφαρμόσουμε απαλοιφή Gauss στον δοθέν πίνακα και πιθανότατα να καταλήξουμε σε έναν άνω τριγωνικό πίνακα του οποίου η ορίζουσα είναι εύκολο να υπολογισθεί (Θεώρημα 2) και είναι ίση με την ορίζουσα του αρχικού πίνακα Α.

Έχουμε λοιπόν:

 

Σ’ αυτό το σημείο θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την μέθοδο της οδήγησης και να εναλλάξουμε τη 2η και 3η γραμμή έχοντας υπόψη πως θα πρέπει να προσθέσουμε ένα μείον στο τελικό αποτέλεσμα σύμφωνα με το Θεώρημα 3.

Μετά την εναλλαγή ο πίνακας γίνεται ως εξής:



Σύμφωνα με το Θεώρημα 2 η ορίζουσα αυτού του άνω τριγωνικού πίνακα ισούται με το γινόμενο των στοιχείων της κύριας διαγωνίου: 

Άρα τελικώς: .